

推薦序（一）

數學是什麼？大數學家陳省身說：「大致說來，數學把自然現象抽象化，用邏輯推理獲得結論。因為對象和方法都『簡單』，便成為一門有力和有用的學問。」

數學的研究在西方起源很早，遠在埃及、巴比倫時期，由於生活需要，在平面幾何三角方面，已有相當進步。但一直要到希臘時期，數學才得到有系統的發展，如畢式定理、歐幾里得的幾何原理、阿基米德定理等，都是用簡單邏輯推衍出所有的結論，這些古典數學，不僅是歐洲十幾個世紀的數學唯一教材，直到現代都還是重要的數學知識。

近代數學的發展，始於文藝復興之後。十六世紀義大利數學家卡爾達諾（Girolamo Cardano）始創複數，有了複數，人們才可解任何二次方程式。到了十七世紀中期，笛卡爾（René Descartes）引進直角坐標和分析幾何，不久就有牛頓（Isaac Newton）和萊布尼茲（Gottfried Wilhelm Leibniz）的微積分，這是數學史上劃時代的進步，也是人類科學史上的分界點。十八世紀以後，科學和數學都突飛猛進，互補互成，一直發展到現在，並且影響全世界人類的生活，這些在在都說明了數學的重要性和永久性。

程守慶教授的新書《數學：讀、想》是一本為大眾而寫的

書。由淺入深，從最簡單的古典等周問題開始到幾何中的等差數列，從幾個簡易的不等式開始講起，一直到黃金比例與斐波那契數列，這些問題都與日常生活有關，所用的數學，不過是幾個簡單的不等式，任何高中學生都可瞭解。而從第 6 章開始，討論的則是現代數學上幾個比較有名的問題。

第 6 章討論集合大小問題，這問題由德國數學家康托爾 (Georg Cantor) 在十九世紀末提出，從直覺看來，整數的個數比自然數多兩倍還加一個零，有理數的個數比整數多更多，書中用簡易明瞭的解釋，說明這一類的問題，必須要從數學邏輯的想法來看，結果是與直覺相反的。事實上，它們都有一樣多個數！另外一個有趣的問題，是線段與方形，竟然有同樣大小，因為線段可填滿整個方形！這是十九世紀末期由義大利數學家皮亞諾 (Giuseppe Peano) 證出，直到現在數學家還常戲稱九轉十八彎的路為皮亞諾曲線 (Peano curve)。

數學的開始，就是把問題抽象化，最原始的民族，也會用自然數來數東西，後來人們發現自然數不夠用，又發明整數和有理數，在有理數中，我們可以有加、減、乘、除，這就是算術的起源，但是有理數還是不夠度量所有東西，早在公元前五世紀，希臘人就已知無理數的存在，現代的數學課本，多從實數開始講起，但要瞭解實數，不是一件容易的事，實數不同於有理數，是實數有完備性，直到十九世紀才由幾個大數學家把實數清楚定義下來，從此數學才奠定在穩定的基礎上。

第 7、8 章討論的是數學上的一個基本問題，即度量空間的完備性。第 7 章從實數的完備性開始，一直到二十世紀初一些重要定理，我自己清楚記得當年大二第一次接觸這些定理，先是不解其中的奧妙，等到想通時的興奮，自覺耳目一新，有心的讀者，應也能一窺現代數學的真味。

英國數學家哈代（Godfrey Harold Hardy）說：“Beauty is the first test: there is no permanent place in the world for ugly mathematics.”。凡是重要的數學，一定也是要簡單的，簡單就是美。數學之美，不同於藝術之美，藝術之美是感性的，不需要太多邏輯思考。數學之美，必須經過學習思考，然後才能領悟其中道理，換句話說，就是要讀、要想。但是讀和想的過程，是自然且循序漸進的，這本書做到了讓一般有心之人，也能快樂的欣賞數學的博大精深。

多數的數學書，很難讓一般人瞭解，一般通俗給大眾的數學書，又常常失之過淺，故彰顯出這是一本難得的通俗數學書，由淺入深。作者用清晰簡潔的文筆，解釋一些有用又有趣的數學問題，前面四章，高中生都可瞭解，後面四章，念過微積分就可賞讀，很多書講黃金分割，但是很少能解釋斐波那契數列，大家都念過微積分，但多數人沒有想過完備的證明，完整的證明是高等微積分的內容，一般人沒有機會體會其中奧妙，程守慶教授以深入淺出的推論，把這些有深度的數學介紹給大家。這本書是難得有內容、有深度的書，任何對數學有興趣的人，不論老少，必能從此書一睹數學之真與美！

美國聖母大學數學系教授
蕭美琪
2019 年獲伯格曼獎（Bergman Prize）
2020 年 10 月 15 日